

〔Ⅰ〕 以下の問の ア ～ ト にあてはまる適切な数、数の組、座標または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 整式 $X = 6a^3bc + 11a^2b^2c + 3ab^3c$ がある。

(i) X を因数分解すると、 $X =$ ア である。

(ii) $X = 6270$ を満たす (a, b, c) の組をすべて求めると、 $(a, b, c) =$ イ である。
ただし、 a, b, c はそれぞれ 2 以上の整数とする。

(2) a は正の定数とする。原点を O とする xy 平面上に直線 $l: y = \frac{2}{3}x$ と 2 点 $A(0, a)$, $B(17, 20)$ がある。直線 l 上にとった動点 P と 2 点 A, B それぞれを線分で結び、2 つの線分の長さの和 $AP + BP$ が最小となったとき、 $\angle APO = 45^\circ$ であった。 $AP + BP$ が最小であるとき、直線 BP を表す方程式は $y =$ ウ であり、三角形 ABP の内接円の半径は エ である。

(3) a, b を実数とし、実数 x の関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$ とおく。方程式 $f(x) = 0$ は $x = -1$ を解に持ち、 $f'(-1) = -7$ である。

(i) $a =$ オ, $b =$ カ である。

(ii) c は正の実数とする。 $f(x) \geq 3x^2 + 4(3c - 1)x - 16$ が $x \geq 0$ において常に成立するとき、 c の値の範囲は キ である。

(4) 座標空間に球面 $S: (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$ がある。球面 S が平面 $y = 2$ と交わってできる円を C とおく。

(i) 円 C の中心の座標は ク であり、半径は ケ である。

(ii) 円 C と平面 $x = 3$ の交点を A, B とし、 A と B 以外の球面 S 上の任意の点を P とする。三角形 PAB において、辺 PB を $4:3$ に内分する点を D 、線分 AD を $5:3$ に内分する点を M とし、直線 PM と辺 AB との交点を E とする。このとき、 AE の長さは コ である。ただし、 B の z 座標は A の z 座標よりも大きいとする。

- (5) 地点 A と地点 B があり、K さんは時刻 0 に地点 A にいる。K さんは 1 秒ごとに以下の確率で移動し、時刻 0 から n 秒後に地点 A か地点 B にいる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{・ 地点 A にいるとき：} \\ \quad \frac{1}{2} \text{ の確率で地点 A にとどまり， } \frac{1}{2} \text{ の確率で地点 B に移動する。} \\ \text{・ 地点 B にいるとき：} \\ \quad \frac{1}{6} \text{ の確率で地点 B にとどまり， } \frac{5}{6} \text{ の確率で地点 A に移動する。} \end{array} \right.$$

K さんが時刻 0 から n 秒後に地点 A にいる確率を a_n ，地点 B にいる確率を b_n で表す。

ただし、 n は 0 以上の整数とする。

- (i) a_{n+1} を a_n と b_n で表すと、 $a_{n+1} = \boxed{\text{サ}} a_n + \boxed{\text{シ}} b_n$ であり、 $a_4 = \boxed{\text{ス}}$ である。

- (ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n の式で表すと $\boxed{\text{セ}}$ である。

- (6) a を実数とする。実数 x の関数 $f(x) = 4^x + 4^{-x} + a(2^x + 2^{-x}) + \frac{1}{3}a^2 - 1$ がある。

- (i) $t = 2^x + 2^{-x}$ とおくとき t の最小値は $\boxed{\text{ソ}}$ であり、 $f(x)$ を t の式で表すと $\boxed{\text{タ}}$ である。

- (ii) $a = -3$ のとき、方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めると、 $x = \boxed{\text{チ}}$ である。

- (iii) 方程式 $f(x) = 0$ が実数解を持たないような a の値の範囲は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

- (7) 整数 Z は n 進法で表すと $k+1$ 桁^{けた}であり、 n^k の位の数が 4、 n^i ($1 \leq i \leq k-1$) の位の数が 0、 n^0 の位の数が 1 となる。ただし、 n は $n \geq 3$ を満たす整数、 k は $k \geq 2$ を満たす整数とする。

- (i) $k = 3$ とする。 Z を $n+1$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{テ}}$ である。

- (ii) Z が $n-1$ で割り切れるときの n の値をすべて求めると $\boxed{\text{ト}}$ である。

《〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕は、13ページ以降にあります》

〔Ⅱ〕 以下の問の ～ にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。問 (3)(i) は解答用紙の所定の欄に図示しなさい。

原点を O とする xy 平面上に点 $A(1, -1)$ があり、点 B は $\overrightarrow{AB} = (2\cos\theta, 2\sin\theta)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) を満たす点である。点 B の軌跡を境界線とする 2 つの領域のうち、点 A を含む領域を領域 C とする。ただし、領域 C は境界線を含む。

(1) 点 B の軌跡の方程式は である。

(2) 点 (x, y) が xy 平面上のすべての点を動くとき、点 $(x-y, xy)$ が xy 平面上で動く範囲は式 で表される領域である。

(3) 点 (x, y) が領域 C 上のすべての点を動くとき、点 $(x-y, xy)$ が xy 平面上で動く領域を領域 D とする。

(i) 領域 D を図示しなさい。ただし領域は斜線で示し、境界線となる式も図に記入すること。

(ii) 領域 D の面積は である。

〔Ⅲ〕 以下の問の ネ，ノ，フ～ホ，ミ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入し，ハ，ヒ，マ，ム にあてはまる適切な文字を，解答用紙の所定の欄に記載された選択肢から選んで丸で囲みなさい。値が小数第 2 位までで割り切れない場合は，小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めなさい。

ある病院に入院中の患者 20 名について，ある検査値と，薬 X と薬 Y の使用量との関係について調べた。その結果をまとめたものが以下の表であり，斜線は薬を使用していないことを示す。

患者番号	検査値 (mg/dL)	薬 X (mg)	薬 Y (mg)
1	7.0	3	
2	35.0	6	10
3	3.6		15
4	13.0	3	10
5	7.0		
6	9.0	3	
7	5.0		
8	7.0	4	10
9	43.0	10	10
10	15.0	4	
11	8.6		15
12	16.0	8	
13	5.2		10
14	5.4		
15	6.6		10
16	23.0	5	10
17	7.0	3	
18	12.0	6	
19	6.6		
20	5.0	2	10

(1) 薬 X のみを使用している患者の検査値の平均値は (mg/dL), 薬 Y のみを使用している患者の検査値の平均値は (mg/dL) である。したがって, 薬 X と薬 Y のどちらも使用していない患者の検査値の平均値と比べ, 薬 X のみを使用している患者の検査値の平均値は , 薬 Y のみを使用している患者の検査値の平均値は .

(2) 薬 X と薬 Y を併用している患者の検査値の第 1 四分位数は (mg/dL), 第 3 四分位数は (mg/dL) である。

(3) 薬 X の使用量と検査値との相関係数は, 薬 X のみを使用している場合は 0.78 であり, 薬 X と薬 Y を併用している場合は である。よって薬 X と薬 Y を併用すると, 薬 X の使用量と検査値との相関関係が と考えられる。

なお下線部の 0.78 は, 小数第 3 位を四捨五入した値である。

ただし, $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{5} = 2.23$, $\sqrt{30} = 5.48$, $\sqrt{101} = 10.05$ として計算しなさい。

(4) 薬 X と薬 Y を併用している患者全員について考える。

薬 X の使用量を半分に減らした結果, 併用している患者全員の検査値の数値がそれぞれ 5.0 (mg/dL) 低下した。このとき, これらの患者の減量後の薬 X の使用量の分散は, 減量前の薬 X の使用量の分散の 倍であり, 減量後の薬 X の使用量と検査値との相関関係は, 減量前と比べて と考えられる。